Devoir de Mathématiques - Sujet 1
Module MAT3 - DS1 - Q.C.M - CC1

Codez votre STI et saisissez vos NOM/Prénom et Groupe
Malus de 2 points en cas d'erreur ou d'oubli du STI ou/et du NOM.
NOM [EN MAJUSCULES] :
Prénom :
Groupe :

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. Les questions faisant apparaître le symbole ♣ ont plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse. L'indiquer sur cette feuille en noircissant la case correspondante au stylo à bille noir. Aucune justification n'est demandée. Les réponses fausses retirent la moitié des points. Une absence de réponse n'enlève pas de points. Pour rectifier une erreur, utilisez un correcteur "blanc" pour faire disparaître complètement la case noircie par erreur. Ne pas redessiner la case ! Calculatrices autorisées : calculatrices "Collège" uniquement (FX-92). Les aide-mémoires, le cours et les TD ne sont pas autorisés.

Pour les deux questions suivantes :

On considère l'équation différentielle $(E) : y'(x) - 3y(x) = -6$.

Les solutions sont : $y(x) = y_0(x) + y_p(x)$ avec $y_0(x) = k\mathrm{e}^{ax}$ où a et $k \in \mathbb{R}$.

Question 1 Résoudre l'équation sans second membre, déterminer la constante a et indiquer sa valeur :

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

Question 2 On donne la condition initiale : $y(\frac{1}{3}) = 2 + 7\mathrm{e}$ Rechercher la solution particulière $y_p(x)$, déterminer la constante k et indiquer sa valeur :

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

Question 3 On considère l'équation différentielle suivante : $y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = \mathrm{e}^x$. La solution $y_0(x)$ de l'équation sans second membre a pour expression :

- ☐ $y_0(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^x$ où A et $B \in \mathbb{R}$.
- ☐ $y_0(x) = Ash(x) + Bch(x)$ où A et $B \in \mathbb{R}$.
- ☐ $y_0(x) = (A\sin(2x) + B\cos(2x))\mathrm{e}^x$ où A et $B \in \mathbb{R}$.
- ☐ $y_0(x) = A\mathrm{e}^x + B\mathrm{e}^{2x}$ où A et $B \in \mathbb{R}$.

Question 4 Quelle est la forme de la solution particulière $y_p(x)$ de l'équation différentielle (E) suivante : $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = (x^2 + 5x + 1)\mathrm{e}^{-x}$
Ne pas résoudre, donner simplement la forme de cette solution (c'est une question de cours).

- ☐ $y_p(x) = (ax^2 + bx + c)\mathrm{e}^{-x}$ où a,b et $c \in \mathbb{R}$
- ☐ $y_p(x) = x^2(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^{-x}$ où a,b et $c \in \mathbb{R}$
- ☐ $y_p(x) = x(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^{-x}$ où a,b et $c \in \mathbb{R}$
- ☐ $y_p(x) = k\mathrm{e}^{-x}$ où $k \in \mathbb{R}$

Question 5

On considère l'équation différentielle d'ordre 1 suivante (E) : $(x^2+1)y'(x) - xy(x) = x$

1/ Déterminer la solution générale $y_0(x)$ de l'équation sans second membre.

2/ Déterminer la solution particulière $y_p(x)$ de l'équation (E) (méthode de la variation de la constante).

3/ En déduire l'ensemble des solutions $y(x) = y_0(x) + y_p(x)$ de (E) puis l'unique solution $f(x)$ qui vérifie la condition initiale : $f(0) = 2$

Rédigez ci-dessous ☐0 ☐25% ☐50% ☐75% ☐100% *Zone réservée, ne pas cocher.*