%(ID)
Note: 0/0 (score total : 0/23)

Question 3 **(La bonne case noircie : 3 points ; la mauvaise case noircie : - 3 points ; aucune case ou deux cases noircies : 0 point.)**

Soit $f : [a; +\infty[\to \mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ une fonction continue, où $a \in \mathbb{R}$. L'intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\, dt$ peut-elle être faussement impropre ?

A Oui.
■ Non.

Explication : Une intégrale faussement impropre est l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(t)\, dt$ d'une fonction prolongeable par continuité sur un segment $[a; b]$, cela ne concerne pas les intégrales de la forme $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\, dt$.

Question 4 **(La bonne case noircie : 3 points ; la mauvaise case noircie : - 3 points ; aucune case ou deux cases noircies : 0 point.)**

Si $f \in \mathcal{C}^0([1; +\infty[, \mathbb{R})$ et si $f(t) \underset{t\to+\infty}{\to} 0$, alors l'intégrale $\int_1^{+\infty} f(t)\, dt$ converge.

A Vrai.
■ Faux.

Explication : Contre-exemple : l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t}\, dt$ diverge (vers $+\infty$, voir le deuxième critère de Riemann, ou bien le recalculer : $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t}\, dt = \ln(x) \underset{x\to+\infty}{\to} +\infty$) bien que $f(t) \underset{t\to+\infty}{\to} 0$.

Question 5 **(La bonne case noircie : 3 points ; la mauvaise case noircie : - 3 points ; aucune case ou deux cases noircies : 0 point.)**

Si $f \in \mathcal{C}^0(]0; 1], \mathbb{R})$ et si $f(t) \underset{t\to0^+}{\to} \ell \in \mathbb{R}$, alors l'intégrale $\int_0^1 f(t)\, dt$ converge.

■ Vrai.
B Faux.

Explication : L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 f(t)\, dt$ est faussement impropre.

Question 6 ♣ **(La ou les bonnes cases noircies : 7 points ; au moins une mauvaise case noircie : - 1 point ; aucune case noircie : 0 point.)**

L'intégrale impropre

$$\int_1^{+\infty} \frac{t^6}{(1+t^7)^2}\,dt$$

converge-t-elle, et si oui, que vaut-elle ?
(Cocher toutes les bonnes cases si la bonne réponse apparaît plusieurs fois.)

- A Elle converge vers $\frac{1}{11}$.
- B Elle converge vers $\frac{1}{30}$.
- C Elle converge vers $\frac{1}{22}$.
- D Elle diverge.
- E Elle converge vers $\frac{1}{3}$.
- ■ Elle converge vers $\frac{1}{14}$.
- G Elle converge vers $\frac{1}{30}$.
- H Elle converge vers $\frac{1}{19}$.

Explication : Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $\int_1^x \frac{t^6}{(1+t^7)^2}\,dt = \int_1^x \left(1+t^7\right)^{-2} \times \left(1+t^7\right)' \times \frac{1}{7}\,dt = \left[\frac{\left(1+t^7\right)^{-2+1}}{-2+1} \times \frac{1}{7}\right]_1^x = \frac{1}{2-1}\frac{1}{7}\left(\frac{1}{\left(1+1^7\right)^{2-1}} - \frac{1}{\left(1+x^7\right)^{2-1}}\right) \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} \frac{1}{2-1}\frac{1}{7}\frac{1}{\left(1+1^7\right)^{2-1}} = \frac{1}{14}$.

Ne pas cocher les cases mais les NOIRCIR (les remplir complètement) au stylo noir ou bleu ou avec un crayon à papier de type B ou HB.
Pour corriger une case noircie par erreur, effacer avec une gomme ou recouvrir de ruban correcteur blanc.

① Commencer par mettre son nom dans la case ci-dessous, et coder son numéro étudiant à deux chiffres (1 = $\boxed{0}\boxed{1}$, ..., 25 = $\boxed{2}\boxed{5}$), en noircissant le premier chiffre dans la colonne de gauche et le deuxième chiffre dans la colonne de droite.

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom : ....

② Feuille de réponses :

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte. Noircir les cases correspondant à vos réponses.

QUESTION 1 : ■ ☒ C D E

QUESTION 2 : ■ B C ☒

QUESTION 3 : ■ ☒

QUESTION 4 : ■ B

QUESTION 5 : ■ B

QUESTION 6 : ■ B C D E F G ☒