

Nom, prénom, numéro étudiant :

DIMITRIJEVIC MATTHIEU 11914922**Math2-A – DM2-CC3 – 23 Novembre 2020**

Test d'entraînement sur la fiche TD 8 pour le CC3. Ce test est facultatif. Les copies rendues sur Tomuss avant le 23 Novembre 2020 à 22h sont corrigées et la copie corrigée vous est renvoyée. La note n'est pas retenue pour calculer la moyenne de l'UE.

Question 1 La Hessienne de la fonction $H(\rho, \varphi) = e^\rho \sin(2\varphi)$ vaut

$\begin{pmatrix} e^\rho \sin(2\varphi) & \cos(2\varphi) \\ \cos(2\varphi) & -4e^\rho \sin(2\varphi) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} e^\rho \sin(2\varphi) & e^\rho \cos(2\varphi) \\ e^\rho \cos(2\varphi) & -4e^\rho \sin(2\varphi) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} e^\rho \sin(2\varphi) & 2e^\rho \cos(2\varphi) \\ 2e^\rho \cos(2\varphi) & -4e^\rho \sin(2\varphi) \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} e^\rho \sin(2\varphi) & 2e^\rho \cos(2\varphi) \\ 2e^\rho \cos(2\varphi) & -4e^\rho \sin(2\varphi) \end{pmatrix}$

Question 2 La Hessienne de la fonction $g(\rho, \varphi) = \ln(\rho) \sin(\varphi)$ vaut

$\begin{pmatrix} \frac{-\sin(\varphi)}{\rho^2} & \frac{\cos(\varphi)}{\rho} \\ \frac{\cos(\varphi)}{\rho} & -\ln(\rho) \sin(\varphi) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{\sin(\varphi)}{\rho^2} & \frac{\cos(\varphi)}{\rho} \\ \frac{\cos(\varphi)}{\rho} & \ln(\rho) \sin(\varphi) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{-\sin(\varphi)}{\rho^2} & \frac{\cos(\varphi)}{\rho} \\ \frac{\cos(\varphi)}{\rho} & \ln(\rho) \sin(\varphi) \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} \frac{\sin(\varphi)}{\rho} & \frac{\cos(\varphi)}{\rho} \\ \frac{\cos(\varphi)}{\rho} & -\ln(\rho) \sin(\varphi) \end{pmatrix}$

Question 3 La Hessienne de la fonction $g(\rho, \varphi) = \rho^2 \cos(\varphi)$ vaut

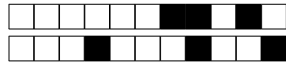
$\begin{pmatrix} 2 \cos(\varphi) & -2\rho \sin(\varphi) \\ -2\rho \sin(\varphi) & -\rho^2 \cos(\varphi) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 \cos(\varphi) & 2\rho \sin(\varphi) \\ 2\rho \sin(\varphi) & -\rho^2 \cos(\varphi) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 \cos(\varphi) & 2 \sin(\varphi) \\ 2 \sin(\varphi) & \rho^2 \cos(\varphi) \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \sin(\varphi) & 2\rho \cos(\varphi) \\ 2\rho \cos(\varphi) & -\rho^2 \cos(\varphi) \end{pmatrix}$

Question 4 La Hessienne de la fonction $\psi(x, y) = \ln(1 - x^2 + y^2)$ vaut

$\begin{pmatrix} \frac{-2(1-x^2+y^2)}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{4xy}{(1-x^2+y^2)^2} \\ \frac{4xy}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{2(1-x^2-y^2)}{(1-x^2+y^2)^2} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{2(1-x^2+y^2)}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{-4xy}{(1-x^2+y^2)^2} \\ \frac{-4xy}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{-2(1-x^2-y^2)}{(1-x^2+y^2)^2} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{-2(1+x^2+y^2)}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{4xy}{(1-x^2+y^2)^2} \\ \frac{4xy}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{2(1-x^2-y^2)}{(1-x^2+y^2)^2} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} \frac{-2x}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{4xy}{(1-x^2+y^2)^2} \\ \frac{4xy}{(1-x^2+y^2)^2} & \frac{2y}{(1-x^2+y^2)^2} \end{pmatrix}$



Question 5 La Hessienne de la fonction $\varphi(x, y) = e^{y^2-x^2}$ vaut

$\begin{pmatrix} 4x^2e^{y^2-x^2} & 4xye^{y^2-x^2} \\ 4xye^{y^2-x^2} & 4y^2e^{y^2-x^2} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4xye^{y^2-x^2} & 4xye^{y^2-x^2} \\ 4xye^{y^2-x^2} & 4xye^{y^2-x^2} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} e^{y^2-x^2}(4x^2-2) & -4xye^{y^2-x^2} \\ -4xye^{y^2-x^2} & e^{y^2-x^2}(4y^2+2) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} e^{y^2-x^2}(4y^2-2) & -4xye^{y^2-x^2} \\ -4xye^{y^2-x^2} & e^{y^2-x^2}(4x^2+2) \end{pmatrix}$

Question 6 Le laplacien de la fonction $F(x, y, z) = xy^2z^3$ vaut

$y^2z^3 + xz^3 + xy^2$ $2xz^3 + 6xy^2z$ $y^2z^3 + 2xyz^3 + 3xy^2z^2$ $x + y^2 + z^3$

Question 7 Le laplacien de la fonction $F(x, y, z) = (y^3 - 3y)e^{x+z}$ vaut

$3(2y-1)e^{x+z}$ $2y^3e^{x+z}$ y^3e^{x+z} $2(y^3 - 3y^2)e^{x+z}$

Question 8 Le polynôme de Taylor à l'ordre 2 de la fonction $g(x, y) = \cos(\frac{\pi}{2} + x + 2xy)$ au point $(0, \pi)$ vaut

$1 + x + xy + \frac{x^2}{2}$ $-x - 2xy$ $1 - x - xy - \frac{x^2}{2}$ $1 - x - \frac{xy}{2} - \frac{x^2}{2}$

Question 9 La partie principale du développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction $f(x, y) = \ln((x+y+1)^2)$ autour du point $(0, 0)$ est :

$2x + 2y + 2x^2 + 4xy + 2y^2$ $2x + 2y + x^2 + 2xy + y^2$ $2x + 2y - x^2 - 2xy - y^2$

$2x + 2y - 2x^2 - 4xy - 2y^2$

Question 10 La partie principale du développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction $f(x, y) = \sin(xy^2)$ autour du point $(0, 0)$ est :

$\frac{1}{2}y^2$ 0 $2y^2$ $4y^2$