



Méthodes numériques pour la physique et les SPI

Contrôle Continu Cours et TD 2019-2020

PASQUIER TANGUY 11914841

Tous documents autorisés, durée 2h (1h30 + 30 minutes pour tenir compte du confinement)

Le signe \triangle indique qu'il y a potentiellement plusieurs réponses à cocher.

Cliquez sur les cases pour les cocher sur votre ordinateur ou téléphone (ne rendez pas une photo de l'impression du sujet!), prenez des photos/scans de vos copies annexes, et joignez-les au pdf du sujet rempli en cliquant.

Techniques de base

Question 1

Codez la première approximation de racine que vous trouvez à la fonction $f(x) = 2x^3 - 4x + 4$ par la méthode du gradient pour une valeur de départ $c_0 = -1$.

0/2

		0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/> 4	5	6	7	8	9
		.									
+		<input checked="" type="radio"/> 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<input checked="" type="radio"/> -		<input checked="" type="radio"/> 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

0/2

Question 2 Donnez l'expression mathématique (symbolique) utilisée à la question précédente sur la copie (en développant pour $f(x)$ remplacée par son expression donnée à la question précédente.

0	0.5	1	1.5	2	Réservé
---	-----	---	-----	---	---------

Intégration

Question 3 Calculez analytiquement l'intégrale $I = \int_1^2 4x^5 + 2x^2 + 8$.

Codez-la ci-dessous. La case avant la virgule doit être non nulle.

0/1

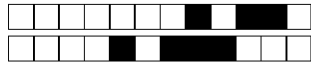
		0	1	2	<input checked="" type="radio"/> 3	4	5	6	7	8	9					
		.														
<input checked="" type="radio"/> 0		0	1	<input checked="" type="radio"/> 2	3	4	5	6	7	8	9					
		9	×	10 [^]		<input checked="" type="radio"/> -	0	<input checked="" type="radio"/> 1	2	3	4	5	6	7	8	9

Question 4 Calculez I par la méthode des trapèzes avec $h = 1$.

Codez-la ci-dessous. La case avant la virgule doit être non nulle.

0/2

		0	1	2	3	4	5	6	<input checked="" type="radio"/> 7	8	9					
		.														
<input checked="" type="radio"/> 0		0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/> 4	5	6	7	8	9					
		9	×	10 [^]		<input checked="" type="radio"/> +	0	<input checked="" type="radio"/> 1	2	3	4	5	6	7	8	9



Question 5 Donnez sur votre copie papier, l'expression du terme dominant de l'erreur de schéma introduite (par intervalle de longueur h) en calculant l'intégrale par la méthode des trapèzes,

- 0/3 (a) pour une fonction $f(x)$ quelconque,
- (b) puis pour $f(x) = 4x^5 + 2x^2 + 8$?

0 (a) (b) **Réservé**

Question 6 Que vaut le maximum du terme dominant dans l'intervalle d'intégration pour $f(x) = 4x^5 + 2x^2 + 8$? Codez-la ci-dessous. **La case avant la virgule doit être non nulle.**

0/1

0	<input checked="" type="radio"/>	1	2	3	4	5	6	7	8	9													
.																							
0	1	<input checked="" type="radio"/>	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	+											
<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\times 10^{\wedge}$	-	0	1	<input checked="" type="radio"/>	2	3	4	5	6	7	8	9

Question 7 D'après votre calcul, et en comparant avec l'écart entre l'intégrale calculée analytiquement et la valeur approchée par la méthode des trapèzes, ce terme dominant est-il une bonne estimation de l'erreur introduite par la méthode? (Répondez sur votre copie papier)

- 0/3 0 juste justification **Réservé**

Équations différentielles ordinaires

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

Question 8 Pour déterminer si une équation différentielle d'ordre 1 pourrait être résolue au moyen de la méthode suivante (pourvu qu'on ait une autre méthode pour déterminer y_1, y_2),

$$y_{n+2} = -4y_{n+1} + h \left(\frac{4}{5} f(t_{n+2}, y_{n+2}) + \frac{4}{7} f(t_{n+1}, y_{n+1}) - \frac{7}{11} f(t_n, y_n) \right)$$

- 0/2 déterminez-en les polynômes caractéristiques.

$$\rho(x) = \frac{4}{5}x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{7}{11}, \quad \sigma(x) = x^2 + 4x$$

$$\rho(x) = -4x + 1, \quad \sigma(x) = \frac{7}{11}x^2 - \frac{4}{7}x - \frac{1}{5}$$

$\rho(x) = x^2 + 4x, \quad \sigma(x) = \frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{7}{11}$

$$\rho(x) = x^2 - 4x, \quad \sigma(x) = \frac{7}{11}x^2 + \frac{4}{7}x + \frac{1}{5}$$

$$\rho(x) = \frac{1}{5}x^2 - \frac{4}{7}x + \frac{7}{11}, \quad \sigma(x) = 4x - 1$$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 9 Que peut-on dire de la convergence d'une méthode de résolution d'une équation différentielle d'ordre 1 dont les polynômes caractéristiques seraient $\rho(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}$ et $\sigma(x) = (x - 1)^2$. Justifiez votre réponse (sur la copie papier).

0 partiel complet **Réservé**

- 0/3

Question 10

Déterminez l'ordre d'une méthode de résolution d'une équation différentielle d'ordre 1 dont les polynômes caractéristiques seraient $\rho(x) = x^3 - \frac{18}{11}x^2 + \frac{9}{11}x - \frac{2}{11}$ et $\sigma(x) = \frac{6}{11}x^3$? (Détaillez vos calculs et justifications sur une feuille à part)

- 0/3 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 **Réservé**



Algèbre linéaire

Question 11

Donner des conditions suffisantes sur les paramètres a, b, c, d pour assurer la convergence des algorithmes de Jacobi et

Gauss-Seidel pour un système linéaire dont la matrice serait $A = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & a & c \\ 0 & d & a \end{pmatrix}$

0/3

vide/faux juste justification **Réservé**

Question 12 Quelle est la matrice $M^{-1}N$ associée à A pour la méthode de Jacobi?

0/1

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{b}{a} \\ 0 & 0 & -\frac{c}{a} \\ 0 & -\frac{d}{a} & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{b}{a} \\ 0 & 0 & \frac{c}{a} \\ 0 & \frac{d}{a} & 0 \end{pmatrix}$ $\frac{1}{a^2} \begin{pmatrix} a & 0 & -b \\ 0 & a & -c \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 & b \\ 0 & \frac{1}{a} & c \\ 0 & d & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{a}{b} \\ 0 & 0 & \frac{a}{c} \\ 0 & \frac{a}{d} & 0 \end{pmatrix}$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Minimisation (CM)

Question 13

Quelle est la forme du simplexe utilisé par Nelder-Mead pour $f(x) = 3x^2 - 6x + y^3 - 3y - 9xy$?

0/2

0D : point

1D : ligne

 2D : triangle

3D : tétraèdre

4D : hypertétraèdre