Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre ⟶
et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
Blanchard Arthur

Attention à ne pas vous tromper, toute erreur invalide la copie !

0	0	0	■	0	0	0	0
■	■	1	1	1	1	■	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	■	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	■	7	7
8	8	■	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	■

TMB – CC2 – Automne 2018

Règlement – L'épreuve dure 30 minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document.
Les questions 1–5 ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points. Cochez une seule réponse par question.
La question 6 vaut 10 points et la réponse doit être justifiée. Ne cochez pas de cases, la notation est reservée au correcteur.

Question 1 Le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{x(x-1)}$ est l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que

☐ $x \geqslant 0$ ☐ $0 \leqslant x \leqslant 1$ ☐ $0 < x < 1$ ■ $x \leqslant 0$ ou $x \geqslant 1$

Question 2 Pour calculer la dérivée de la fonction $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$ je procède comme ceci :

☐ j'affirme que c'est égal à $\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$

☐ j'additionne la dérivée de e^x et celle de $\dfrac{1}{x+1}$

■ j'applique la règle de Leibniz pour le quotient aux fonctions e^x et $x+1$

☐ j'applique la règle de la chaine aux fonctions e^x et $x+1$

Question 3 La dérivée de la fonction $f(x) = \dfrac{\ln x}{x+1}$ est la fonction $f'(x)$ suivante :

☐ $\dfrac{x+1-\ln x}{(x+1)^2}$ ☐ $\dfrac{x+1-x\ln x}{x(x+1)}$ ■ $\dfrac{1-x\ln x}{x(x+1)^2}$ ☐ $\dfrac{x+1-x\ln x}{x(x+1)^2}$

Question 4 La dérivée de la fonction $f(x) = e^{\pi x^2}$ est la fonction $f'(x)$ suivante :

☐ $e^{2\pi x}$ ■ $2\pi x\, e^{\pi x^2}$ ☐ $2x\, e^{2\pi x}$ ☐ $2x\, e^{\pi x^2}$

Question 5 La dérivée de la fonction $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ est la fonction $f'(x)$ suivante :

■ $\dfrac{-x^2}{2\sqrt{x^2+1}}$ ☐ $\dfrac{2x}{x^2+1}$ ☐ $\dfrac{-1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$ ☐ $\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

Question 6 Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \sqrt{x^3+1}, \qquad x > -1.$$

a) Trouver tous les points critiques de f.
b) À l'aide du tableau de variations de f, dire si chaque point critique est un minimum local, un maximum local ou un point d'inflexion.
c) Calculer f'' et dire si les points critiques sont plats.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐3,5 ☐4 ☐4,5 ☐5 ☐5,5 ☐6 ☐6,5 ☐7 ☐7,5 ☐8 ☐8,5 ☐9 ☐9,5 ☐10

a) $f'(x) = \dfrac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$ ✓

$f'(0) = 0$ donc 0 est un point critique

b)

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\sqrt{1}$	↗	$+\infty$

$f(0) = \sqrt{1}$

0 est un minimum local

c) $f''(x) = \dfrac{6x\left(2\sqrt{x^3+1}\right) - \cancel{2}\,\dfrac{3x^2}{\cancel{2}\sqrt{x^3+1}}\,3x^2}{\left(2\sqrt{x^3+1}\right)^2} = \ldots$

$f''(0) = 0$

donc le point critique est plat (car $f'(0)=0$ et $f''(0)=0$) ✓